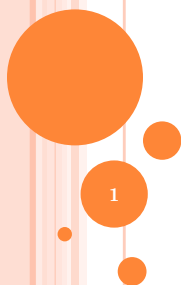


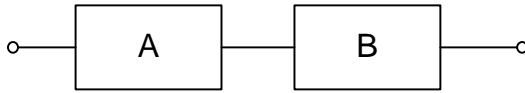
## بخش چهارم: ارزیابی قابلیت اعتماد سیستم های ساده



### مدل سازی شبکه و ارزیابی سیستم های ساده

- هدف: تعیین رابطه بین اجزای سیستم با عملکرد کل سیستم (خرابی یا صحت عملکرد اجزای سیستم بر عملکرد کل سیستم چگونه تأثیر می گذارند؟)
- تقسیم بندی سیستم های ساده:
  - سری: برای عملکرد صحیح سیستم باید همه اجزای آن درست عمل کنند.
  - موازی: اگر فقط یکی از اجزای سیستم هم درست عمل کند سیستم دارای عملکرد صحیح است
  - ترکیبی یا سری- موازی: هم ترکیب های سری و هم ترکیب های موازی از اجزای سیستم وجود دارند.
  - سیستم های دارای عضو مازاد: برای عملکرد صحیح سیستم باید حداقل تعداد مشخصی از اجزای آن درست عمل کنند.

○ سیستم سری (Series System)



$R_A$  و  $R_B$ : احتمال عملکرد صحیح A و B  
 $Q_A$  و  $Q_B$ : احتمال از کار افتادن A و B  
 $(R_A + Q_A = 1, R_B + Q_B = 1)$

در این صورت:

$$R_S = R_A \cdot R_B \quad \text{یا} \quad R_S = \prod_{i=1}^n R_i$$

$$Q_S = 1 - R_S = 1 - R_A \cdot R_B = P(A_f \cup B_f) = Q_A + Q_B - Q_A \cdot Q_B$$

و یا در حالت کلی:

$$Q_S = 1 - R_S = 1 - \prod_{i=1}^n R_i = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - Q_i)$$

3

مثال ۱: سیستمی دارای ده عضو است که برای درست عمل کردن کل سیستم، عملکرد صحیح همه اجزای آن لازم است. اگر قابلیت اطمینان هر عضو، ۹۸٪ باشد قابلیت اطمینان سیستم چقدر خواهد بود؟

$$R_S = \prod_{i=1}^{10} R_i = (0.98)^{10} = 0.81707$$

○ نتیجه:

۱- برای سیستم سری، قابلیت اطمینان کل سیستم از قابلیت اطمینان هر یک از اجزای آن کمتر است.  
 ۲- اگر قابلیت اطمینان اجزا خیلی بالا باشد ( $Q \ll 1$ ) و یا تعداد اجزا زیاد باشد می توان ناعلمینانی عناصر را با هم جمع کرد:

$$Q_S = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - Q_i) \approx \sum_{i=1}^n Q_i$$

در مثال قبل:

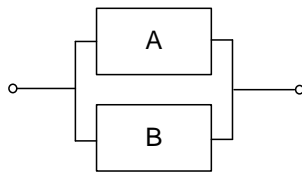
$$Q_i = 0.02 \Rightarrow Q_S \approx \sum_{i=1}^n Q_i = 10 \times 0.02 = 0.2 \Rightarrow R_S = 1 - 0.2 = 0.8$$

$$\text{خطا} = \frac{0.8 - 0.81707}{0.81707} = 2.1\%$$

مثال ۲: یک سیستم سری دارای ۱۰۰ عضو مشابه است. حداقل قابلیت اطمینان هر عضو چقدر باشد تا قابلیت اطمینان کل سیستم حداقل ۰/۹۹ باشد؟

$$0.99 = R^{100} \Rightarrow R = \sqrt[100]{0.99} = 0.9998995$$

4



- سیستم موازی (Parallel System)
- برای از کار افتادن سیستم، بایستی همه اجزای آن از کار بیفتند.

$$R_S = 1 - Q_S = 1 - Q_A \cdot Q_B = 1 - (1 - R_A) \cdot (1 - R_B) = R_A + R_B - R_A \cdot R_B$$

در این حالت نمی توان از رابطه تقریبی (مشابه رابطه نااطمینانی سیستم سری) استفاده کرد. زیرا  $R_i$  ها بزرگ هستند.

در حالت کلی با تعداد اعضای بیشتر:

$$R_S = 1 - Q_S = 1 - \prod_{i=1}^n Q_i$$

در سیستم های موازی بر خلاف سیستم سری با افزایش تعداد اعضا، قابلیت اطمینان سیستم افزایش می یابد.

مثال ۳: الف: تعیین قابلیت اطمینان و احتمال از کار افتادگی سیستمی با ۳ عضو موازی که قابلیت اطمینان اعضای آن به ترتیب  $0/9$ ،  $0/8$  و  $0/7$  است.

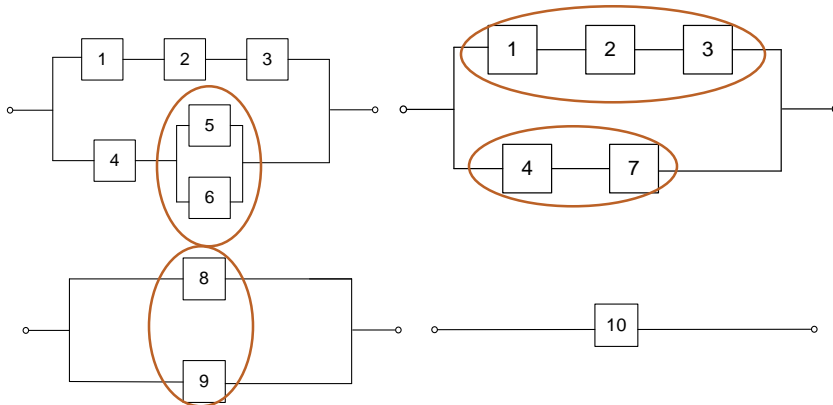
ب: تأثیر اضافه شدن اجزای جدید با قابلیت اطمینان  $0/8$ :

مثال ۴: در یک سیستم موازی، قابلیت اطمینان هر عنصر  $0/8$  است. حداقل تعداد عناصر چقدر باشد تا قابلیت اطمینان سیستم حداقل  $0/99$  باشد؟

5

### سیستم های سری-موازی (Series-Parallel Systems)

- برای تحلیل این سیستم ها از ساده سازی (بر اساس روابط ترکیب های سری و موازی) استفاده می کنیم.
- مثال ۵: تعیین قابلیت اطمینان سیستم زیر



$$\begin{aligned} R_{10} &= 1 - Q_{10} = 1 - Q_8 Q_9 = 1 - (1 - R_8)(1 - R_9) \\ &= 1 - (1 - R_1 R_2 R_3)(1 - R_4 R_7) \\ &= 1 - (1 - R_1 R_2 R_3)(1 - R_4(1 - Q_7)) \\ &= 1 - (1 - R_1 R_2 R_3)(1 - R_4(1 - Q_5 Q_6)) \\ &= 1 - (1 - R_1 R_2 R_3)(1 - R_4(1 - (1 - R_5)(1 - R_6))) \end{aligned}$$

6

به عنوان مثال اگر قابلیت اطمینان هر جزء در سیستم ۰/۹ باشد:

$Q_7 = 0.01 \Rightarrow R_7 = 0.99$

$R_8 = 0.9^3 = 0.729 \Rightarrow Q_8 = 0.271$

$R_9 = 0.9 \times 0.99 = 0.891 \Rightarrow Q_9 = 0.109$

$Q_{10} = 0.271 \times 0.109 = 0.029539 \Rightarrow R_{10} = 0.9705$

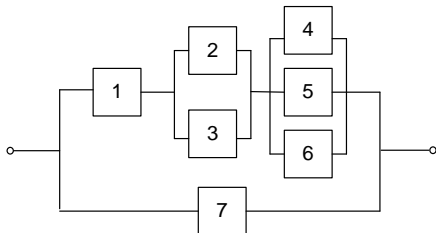
7

### سیستم های دارای عضو مازاد (Redundant Systems) یا دارای رزرو

- انواع سیستم های دارای عضو مازاد
- سیستم های دارای عضو مازاد فعال (Partially Redundant) که در آنها، عضو مازاد در حالت عادی کار می کند.
- سیستم های دارای عضو مازاد آماده کار (Stand-by Redundant) که در آنها، به محض از کار افتادن یکی از اعضا، عضو مازاد به کار می افتد (همواره یکی از عضوهای سیستم تحت بهره برداری نیست)

مثال ۶: تعیین نااطمینانی سیستم زیر اگر:

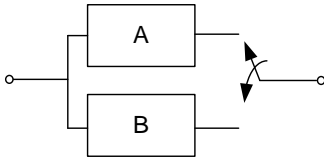
- برای عملکرد سیستم ۳ عضوی، کارکرد دو عضو آن کافی است (Partially Redundant)
- برای عملکرد سیستم ۲ عضوی، کارکرد هر یک از اعضای آن کافی است (Parallel or Completely Redundant)
- قابلیت اطمینان همه اجزا ۰/۸ باشد.



- سیستم های با عضو مازاد آماده کار
- حالت های مختلف از سیستم های دارای عضو آماده به کار:

- ۱- وضعیت دهی بی نقص (Perfect Switching)
- ۲- وضعیت دهی با احتمال وقوع نقص (Imperfect Switching)
- ۳- احتمال نقص وضعیت دهنده در هنگام کار

- وضعیت دهی بی نقص

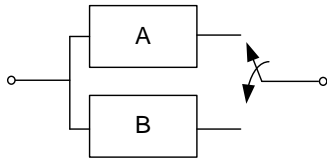


$$Q_{\text{sys}} = Q_A Q_B | \bar{A} = Q_A Q_B$$

گرچه مشابه رابطه حالت عضو مازاد در حال کار است ولی مقدار  $Q_B$  برای حالت کار مداوم با حالت کار برای مدت کوتاه (پس از خروج A) یکسان نیست.

9

- وضعیت دهی با احتمال وقوع نقص



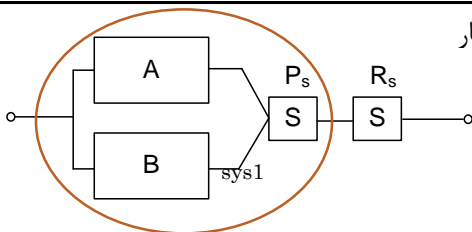
$P_s$ : احتمال وضعیت دهی موفق

(وضعیت دهی موفق)  $P$ . (وضعیت دهی موفق | از کار افتادن سیستم)  $P$  = (از کار افتادن سیستم)  $P$   
 (وضعیت دهی ناموفق)  $P$ . (وضعیت دهی ناموفق | از کار افتادن سیستم)  $P$  +

$$\begin{aligned} Q_{\text{sys}} &= Q_A Q_B P_s + Q_A (1 - P_s) \\ &= Q_A Q_B P_s + Q_A - Q_A P_s = Q_A - Q_A P_s (1 - Q_B) \end{aligned}$$

10

○ احتمال نقص وضعیت دهنده در هنگام کار



در این حالت کلید را نیز باید به عنوان یکی از عضوهای سیستم با قابلیت اطمینان مربوط به آن در نظر گرفت.

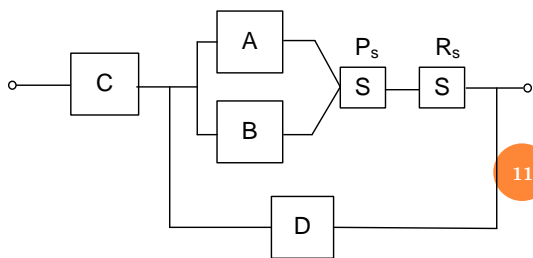
$$Q_{sys1} = 1 - R_{sys1} = Q_A - Q_A P_S (1 - Q_B)$$

$$R_{sys} = R_{sys1} R_S = R_S [1 - (Q_A - Q_A P_S (1 - Q_B))]$$

مثال ۷: تعیین قابلیت اطمینان سیستم زیر:

$$R_A = 0.9, R_B = 0.96, R_C = 0.99$$

$$, R_D = 0.8, P_S = 0.92, R_S = 0.98$$



11