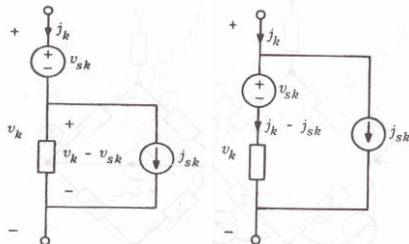


فصل چهارم: روش های تجزیه و تحلیل مدار

• هدف: تعیین ولتاژ و جریان تمام شاخه ها با روش منظم (مناسب برای برنامه نویسی کامپیوتری) با داشتن مشخصات شاخه ها و منابع و شرایط اولیه

• شکل کلی شاخه های مدار در حوزه لاپلاس (شامل عناصر RLC و منابع مستقل ولتاژ و جریان)



✓ با داشتن ولتاژ شاخه ها می توان جریان شاخه ها را به دست آورد و بالعکس.

• روش های تحلیل مدار

- در روش گره، « ولتاژ گره ها » از حل معادلات KCL در گره ها به دست می آیند. با داشتن ولتاژ گره ها، ولتاژ شاخه ها و جریان شاخه ها قابل تعیین هستند.
- در روش مش، « جریان مش ها » از حل معادلات KVL در مش ها به دست می آیند. با داشتن جریان مش ها، جریان شاخه ها و ولتاژ شاخه ها قابل تعیین هستند.
- در روش کات ست، « ولتاژ شاخه های درخت » از حل معادلات KCL در کات ست های اساسی تعیین می شوند و با داشتن آنها، ولتاژ شاخه ها و جریان شاخه ها قابل تعیین هستند.
- در روش حلقه: « جریان لینک ها » از حل معادلات KVL در حلقه های اساسی به دست می آیند. با داشتن جریان لینک ها، جریان شاخه ها و ولتاژ شاخه ها قابل تعیین هستند.

• حوزه های تحلیل مدار

- حوزه زمان: استفاده از مدل حوزه زمان عناصر مدار (معادلات دیفرانسیل) و تعیین پاسخ کامل مدار
- حوزه فازور: استفاده از مدل فازوری عناصر مدار و تعیین پاسخ حالت دائمی سینوسی مدار
- حوزه لاپلاس: استفاده از مدل عناصر مدار در حوزه لاپلاس و تعیین پاسخ کامل مدار

- تأثیر منابع مستقل در تحلیل مدار

- اگر منبع ولتاژ مستقل، موازی با شاخه ای از مدار باشد، آن شاخه غیرفعال (بی تأثیر در تحلیل مدار) خواهد شد. زیر ولتاژ (و جریان) آن شاخه معلوم است.
- اگر منبع جریان مستقل سری با شاخه ای از مدار باشد، آن شاخه غیرفعال خواهد شد. زیر جریان (و ولتاژ) آن شاخه معلوم است.

1

❖ روش منظم تجزیه و تحلیل گره (در حوزه لاپلاس) برای مدارهای شامل عناصر RLC و منابع مستقل

۱- رسم گراف جهت دار و تشکیل ماتریس A و انتخاب ولتاژ گره ها به عنوان متغیرهای مستقل مجهول (\underline{E})

۲- نوشتن معادلات KCL مستقل در گره ها و نوشتن ولتاژ شاخه ها بر حسب ولتاژ گره ها:

$$A \cdot \underline{I}(s) = \underline{Q}$$

$$A^T \cdot \underline{E}(s) = \underline{V}(s)$$

۳- نوشتن شکل ماتریسی جریان شاخه ها بر حسب ولتاژ شاخه ها

$$J_1(s) = Y_1(s)V_1(s) + J_{s1}(s) - Y_1(s)V_{s1}(s)$$

$$J_2(s) = Y_2(s)V_2(s) + J_{s2}(s) - Y_2(s)V_{s2}(s)$$

.

.

$$J_b(s) = Y_b(s)V_b(s) + J_{sb}(s) - Y_b(s)V_{sb}(s) \Rightarrow \underline{J}(s) = Y_b(s)\underline{V}(s) + \underline{J}_s(s) - Y_b(s)\underline{V}_s(s)$$

۴- ترکیب معادلات:

$$A \cdot \underline{J}(s) = \underline{Q} \Rightarrow A(Y_b(s)\underline{V}(s) + \underline{J}_s(s) - Y_b(s)\underline{V}_s(s)) = \underline{Q} \Rightarrow A \cdot (Y_b(s) A^T \cdot \underline{E}(s) + \underline{J}_s(s) - Y_b(s)\underline{V}_s(s)) = \underline{Q} \Rightarrow AY_b(s) A^T \cdot \underline{E}(s) = AY_b(s)\underline{V}_s(s) - A\underline{J}_s(s)$$

$$\Rightarrow Y_n(s) \cdot \underline{E}(s) = \underline{I}_s(s) : \text{دستگاه معادلات گره}$$

$$\underline{E}(s) = [Y_n(s)]^{-1} \cdot \underline{I}_s(s)$$

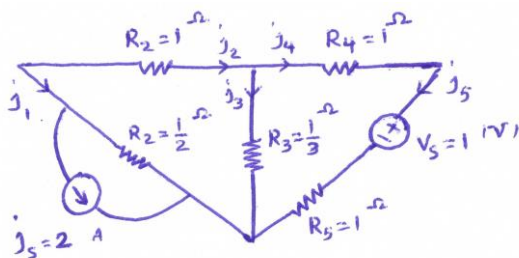
۵- حل معادلات و تعیین ولتاژ گره ها:

$$\underline{V}(s) = A^T \cdot \underline{E}(s) \quad , \quad \underline{J}(s) = Y_b(s)\underline{V}(s) + \underline{J}_s(s) - Y_b(s)\underline{V}_s(s)$$

۶- تعیین ولتاژ شاخه ها و جریان شاخه های مدار:

2

مثال ۱: تحلیل مدار زیر با استفاده از روش منظم و تعیین ولتاژ و جریان همه شاخه



نتایج:

- اگر مدار فاقد منابع وابسته باشد ماتریس Y_B قطری و ماتریس Y_n متقارن خواهد بود.
 - اگر مدار دارای سلف و یا خازن باشد، به جای آنها، مدل سلف و خازن در حوزه تحلیل موردنظر را قرار می دهیم.
 - عناصر قطری ماتریس Y_n برابر با مجموع ادیتمانس های متصل به گره متناظر هستند.
 - عناصر غیرقطری ماتریس Y_n برابر با منفی مجموع ادیتمانس های مشترک بین دو گره متناظر هستند.
 - عناصر بردار منابع جریان (I_s) برابر با مجموع جریان های تزریق شده به گره متناظر هستند.
- بنابراین می توان دستگاه معادلات نهایی ($Y_n \underline{E} = \underline{I}_s$) را از روی شکل مدار و بدون انجام ضرب های ماتریسی نیز به دست آورد. این روش، روش نظری یا میان بر نامیده می شود و تعیین معادلات مدار را بسیار ساده می کند.

3

مراحل نوشتن دستگاه معادلات گره به صورت نظری در حوزه لاپلاس

- ۱- استفاده از مدل عناصر در حوزه ی لاپلاس (مدل منبع جریان)
- ۲- تبدیل منابع ولتاژ (مستقل و وابسته) به منابع جریان
- ۳- نوشتن متغیرهای منابع وابسته برحسب ولتاژ گره ها
- ۴- نوشتن معادلات گره به صورت نظری (با در نظر گرفتن منابع وابسته همانند منابع مستقل) به صورت زیر:

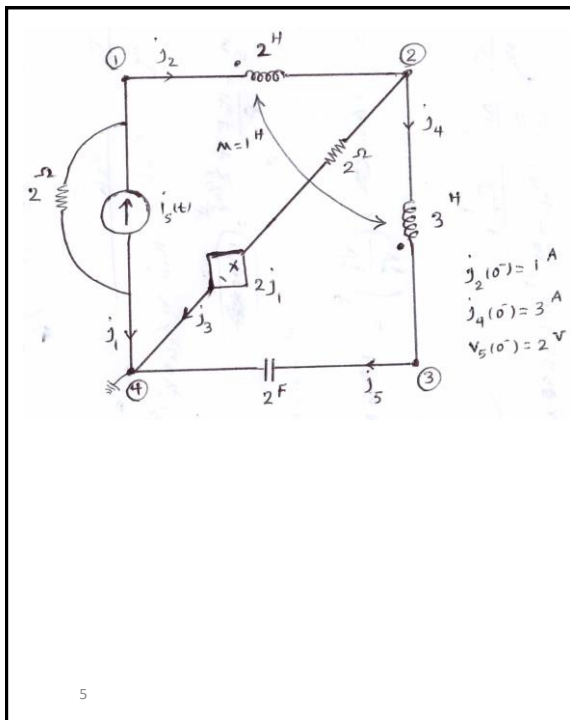
$$Y_n \underline{E} = \underline{I}_s$$

که:

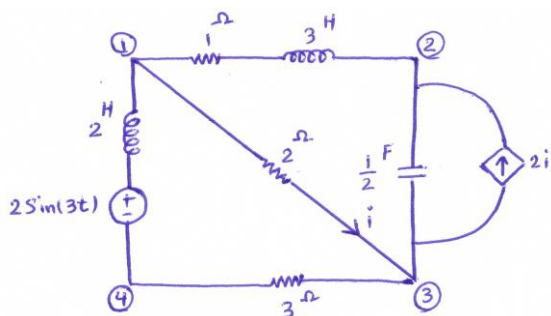
- عناصر قطری ماتریس ادیتمانس گره Y_n ($Y_{n,ij}$) = مجموع ادیتمانس های متصل به گره i ام
- عناصر غیرقطری ماتریس Y_n ($Y_{n,ij}$) = منفی مجموع ادیتمانس های مشترک بین گره های i و j
- عناصر بردار منابع جریان (I_s) = مجموع جریان های تزریق شده به گره i ام

۵- انتقال متغیرهای منابع وابسته به سمت ماتریس Y_n (با در نظر گرفتن علامت منفی در زمان انتقال)

4



مثال ۳: تعیین معادلات گره مدار زیر در حالت دائمی سینوسی با استفاده از روش نظری



❖ روش منظم تجزیه و تحلیل مش (در حوزه لاپلاس) برای مدارهای شامل عناصر RLC و منابع مستقل

۱- رسم گراف جهت دار و تشکیل ماتریس M و انتخاب جریان مش ها به عنوان متغیرهای مستقل مجهول (\underline{I})

۲- نوشتن معادلات KVL مستقل در مش ها و نوشتن جریان شاخه ها بر حسب جریان مش ها: $M \cdot \underline{V}(s) = \underline{0}$

$$M^T \cdot \underline{I}(s) = \underline{J}(s)$$

۳- نوشتن شکل ماتریسی ولتاژ شاخه ها بر حسب جریان شاخه ها

$$V_1(s) = Z_1(s)J_1(s) + V_{s1}(s) - Z_1(s)J_{s1}(s)$$

$$V_2(s) = Z_2(s)J_2(s) + V_{s2}(s) - Z_2(s)J_{s2}(s)$$

.

$$V_n(s) = Z_n(s)J_n(s) + V_{sn}(s) - Z_n(s)J_{sn}(s) \rightarrow \underline{V}(s) = Z_b(s)\underline{I}(s) + \underline{V}_s(s) - Z_b(s)\underline{I}_s(s)$$

۴- ترکیب معادلات:

$$M \cdot \underline{V}(s) = \underline{0} \rightarrow M(Z_b(s)\underline{I}(s) + \underline{V}_s(s) - Z_b(s)\underline{I}_s) = \underline{0} \rightarrow M(Z_b(s)M^T \cdot \underline{I}(s) + \underline{V}_s(s) - Z_b(s)\underline{I}_s) = \underline{0} \rightarrow MZ_b(s)M^T \cdot \underline{I}(s) = MZ_b(s)\underline{I}_s - M\underline{V}_s(s)$$

$$\rightarrow \underline{Z}_m(s) \cdot \underline{I}(s) = \underline{E}_s(s) : \text{دستگاه معادلات مش}$$

$$\underline{I}(s) = [Z_m(s)]^{-1} \cdot \underline{E}_s(s)$$

۵- حل معادلات و تعیین جریان مش ها:

$$\underline{I}(s) = M^T \cdot \underline{I}(s) \quad , \quad \underline{V}(s) = Z_b(s)\underline{I}(s) + \underline{V}_s(s) - Z_b(s)\underline{I}_s$$

۶- تعیین جریان شاخه ها و ولتاژ شاخه های مدار:

7

مراحل نوشتن دستگاه معادلات مش به صورت نظری

۱- استفاده از مدل عناصر در حوزه ی لاپلاس (مدل منبع ولتاژ)

۲- تبدیل منابع جریان (مستقل و وابسته) به منابع ولتاژ

۳- نوشتن متغیرهای منابع وابسته بر حسب جریان مش ها

۴- نوشتن معادلات مش به صورت نظری (با در نظر گرفتن منابع وابسته همانند منابع مستقل) به صورت زیر:

$$\underline{Z}_m \underline{I} = \underline{E}_s$$

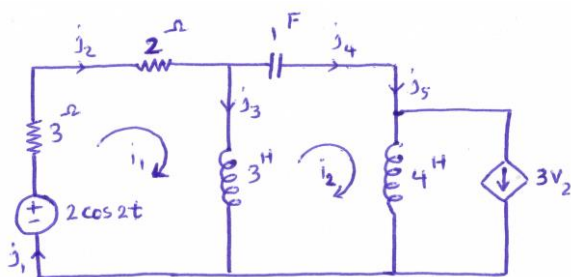
که:

- عناصر قطری ماتریس امپدانس مش Z_m ($Z_{m,ii}$) = مجموع امپدانس واقع بر مش i ام
- عناصر غیرقطری ماتریس Z_m ($Z_{m,ij}$) = منفی مجموع امپدانس مشترک بین مش های i و j
- عناصر بردار منابع ولتاژ ($E_{s,i}$) = مجموع منابع ولتاژ در مش i ام (علامت مثبت اگر جهت جریان تولیدی منبع هم جهت با مش باشد)

۵- انتقال متغیرهای منابع وابسته به سمت ماتریس Z_m (با در نظر گرفتن علامت منفی در زمان انتقال)

8

مثال ۴: تعیین معادلات مش مدار زیر در حالت دائمی سینوسی با استفاده از روش نظری



9

❖ روش منظم تجزیه و تحلیل کات ست (در حوزه لاپلاس) برای مدارهای شامل عناصر RLC و منابع مستقل

۱- انتخاب درخت موردنظر و تشکیل ماتریس Q و انتخاب ولتاژ شاخه های درخت به عنوان متغیرهای مستقل مجهول (\underline{E})

۲- نوشتن معادلات KCL مستقل در کات ست های اساسی و نوشتن ولتاژ شاخه ها بر حسب ولتاژ شاخه های درخت:

$$\underline{Q} \cdot \underline{I}(s) = \underline{0}$$

$$\underline{Q}^T \cdot \underline{E}(s) = \underline{V}(s)$$

۳- نوشتن شکل ماتریسی جریان شاخه ها بر حسب ولتاژ شاخه ها

$$J_1(s) = Y_1(s)V_1(s) + J_{s1}(s) - Y_1(s)V_{s1}(s)$$

$$J_2(s) = Y_2(s)V_2(s) + J_{s2}(s) - Y_2(s)V_{s2}(s)$$

.

.

$$J_n(s) = Y_n(s)V_n(s) + J_{sn}(s) - Y_n(s)V_{sn}(s) \rightarrow \underline{I}(s) = \underline{Y}_b(s)\underline{V}(s) + \underline{J}_s(s) - \underline{Y}_b(s)\underline{V}_s(s)$$

۴- ترکیب معادلات:

$$\underline{Q} \cdot \underline{I}(s) = \underline{0} \rightarrow \underline{Q}(\underline{Y}_b(s)\underline{V}(s) + \underline{J}_s(s) - \underline{Y}_b(s)\underline{V}_s) = \underline{0} \rightarrow \underline{Q} \cdot \underline{Y}_b(s) \underline{Q}^T \cdot \underline{E}(s) + \underline{J}_s(s) - \underline{Y}_b(s)\underline{V}_s = \underline{0} \rightarrow \underline{QY}_b(s) \underline{Q}^T \cdot \underline{E}(s) = \underline{QY}_b(s)\underline{V}_s - \underline{QJ}_s(s)$$

$$\rightarrow \underline{Y}_q(s) \cdot \underline{E}(s) = \underline{I}_s(s) : \text{دستگاه معادلات کات ست}$$

$$\underline{E}(s) = [\underline{Y}_q(s)]^{-1} \cdot \underline{I}_s(s)$$

۵- حل معادلات و تعیین ولتاژ گره ها:

$$\underline{V}(s) = \underline{Q}^T \cdot \underline{E}(s) \quad , \quad \underline{I}(s) = \underline{Y}_b(s)\underline{V}(s) + \underline{J}_s(s) - \underline{Y}_b(s)\underline{V}_s(s)$$

۶- تعیین ولتاژ شاخه ها و جریان شاخه های مدار:

10

مرحله نوشتن دستگاه معادلات کات ست به صورت نظری

- ۱- رسم درخت و تعیین کات ست های اساسی متناظر با شاخه های درخت
- ۲- استفاده از مدل عناصر در حوزه ی لاپلاس (مدل منبع جریان)
- ۳- تبدیل منابع ولتاژ (مستقل و وابسته) به منابع جریان
- ۴- نوشتن متغیرهای منابع وابسته بر حسب ولتاژ شاخه های درخت
- ۵- نوشتن معادلات کات ست به صورت نظری (با در نظر گرفتن منابع وابسته همانند منابع مستقل) به صورت زیر:

$$Y_q \underline{E} = \underline{I}_s$$

که:

- عناصر قطری ماتریس ادمیتانس کات ست $(Y_{q,ij}) Y_q =$ مجموع ادمیتانس های شاخه های مربوط به کات ست اساسی A ام
- عناصر غیرقطری ماتریس $(Y_{q,ij}) Y_q =$ مجموع ادمیتانس های مشترک بین کات ست های اساسی A و J
 - علامت مثبت اگر شاخه هم جهت با هر دو کات ست اساسی و یا در خلاف جهت هر دو کات ست اساسی باشد.
 - علامت منفی اگر شاخه هم جهت با یک کات ست اساسی و در خلاف جهت کات ست اساسی دیگر باشد.
- عناصر بردار منابع جریان $(I_s)_i =$ مجموع منابع جریان موجود در کات ست اساسی A ام
 - علامت مثبت اگر جریان منبع، در خلاف جهت کات ست اساسی باشد.

۶- انتقال متغیرهای منابع وابسته به سمت ماتریس Y_q (با در نظر گرفتن علامت منفی در زمان انتقال)

11

❖ روش منظم تجزیه و تحلیل حلقه (در حوزه لاپلاس) برای مدارهای شامل عناصر RLC و منابع مستقل

۱- انتخاب درخت مورد نظر و تشکیل ماتریس B و انتخاب جریان لینک ها به عنوان متغیرهای مستقل مجهول (\underline{I})

$$B \cdot \underline{V}(s) = \underline{0}$$

$$B^T \cdot \underline{I}(s) = \underline{I}(s)$$

۲- نوشتن معادلات KVL مستقل در حلقه های اساسی و نوشتن جریان شاخه ها بر حسب جریان لینک ها:

۳- نوشتن شکل ماتریسی ولتاژ شاخه ها بر حسب جریان شاخه ها

$$V_1(s) = Z_1(s)J_1(s) + V_{s1}(s) - Z_1(s)J_{s1}(s)$$

$$V_2(s) = Z_2(s)V_2(s) + V_{s2}(s) - Z_2(s)J_{s2}(s)$$

.

.

$$V_n(s) = Z_n(s)J_n(s) + V_{sn}(s) - Z_n(s)J_{sn}(s) \rightarrow \underline{V}(s) = Z_b(s)\underline{I}(s) + \underline{V}_s(s) - Z_b(s)\underline{I}_s(s)$$

۴- ترکیب معادلات:

$$B \cdot \underline{V}(s) = \underline{0} \rightarrow B(Z_b(s)\underline{I}(s) + \underline{V}_s(s) - Z_b(s)\underline{I}_s) = \underline{0} \rightarrow B(Z_b(s)B^T \cdot \underline{I}(s) + \underline{V}_s(s) - Z_b(s)\underline{I}_s) = \underline{0} \rightarrow BZ_b(s)B^T \cdot \underline{I}(s) = BZ_b(s)\underline{I}_s - B\underline{V}_s(s)$$

$$\rightarrow Z_1(s) \cdot \underline{I}(s) = \underline{E}_s(s) : \text{دستگاه معادلات حلقه}$$

$$\underline{I}(s) = [Z_1(s)]^{-1} \cdot \underline{E}_s(s)$$

۵- حل معادلات و تعیین جریان لینک ها:

$$\underline{I}(s) = B^T \cdot \underline{I}(s) \quad , \quad \underline{V}(s) = Z_b(s)\underline{I}(s) + \underline{V}_s(s) - Z_b(s)\underline{I}_s : \text{تعیین جریان شاخه ها و ولتاژ شاخه های مدار}$$

12

مراحل نوشتن دستگاه معادلات حلقه به صورت نظری

- ۱- رسم درخت و تعیین حلقه های اساسی متناظر با لینک ها
- ۲- استفاده از مدل عناصر در حوزه ی لاپلاس (مدل منبع ولتاژ)
- ۳- تبدیل منابع جریان (مستقل و وابسته) به منابع ولتاژ
- ۴- نوشتن متغیرهای منابع وابسته برحسب جریان لینک ها
- ۵- نوشتن معادلات حلقه به صورت نظری (با در نظر گرفتن منابع وابسته همانند منابع مستقل) به صورت زیر:

$$\mathbf{Z}_1 \mathbf{I} = \mathbf{E}_s$$

که:

- عناصر قطری ماتریس امپدانس حلقه Z_1 ($Z_{1,ii}$) = مجموع امپدانس های شاخه های مربوط به حلقه اساسی i ام
- عناصر غیرقطری ماتریس Z_1 ($Z_{1,ij}$) = مجموع امپدانس های مشترک بین حلقه های اساسی i و j
 - علامت مثبت اگر شاخه هم جهت با هر دو حلقه اساسی و یا در خلاف جهت هر دو حلقه اساسی باشد.
 - علامت منفی اگر شاخه هم جهت با یک حلقه اساسی و در خلاف جهت حلقه اساسی دیگر باشد.
- عناصر بردار منابع ولتاژ ($E_{s,i}$) = مجموع منابع ولتاژ موجود در حلقه اساسی i ام
 - علامت مثبت اگر جریان تولیدی منبع، هم جهت با حلقه اساسی باشد.

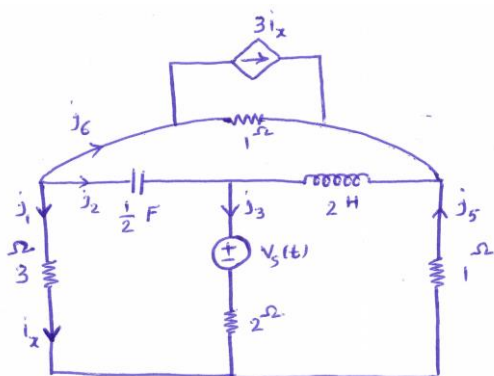
- ۶- انتقال متغیرهای منابع وابسته به سمت ماتریس Z_1 (با در نظر گرفتن علامت منفی در زمان انتقال)

13

مثال ۵: در مدار زیر مطلوب است تعیین

الف: دستگاه معادلات کات ست (با روش نظری) در حالت دائمی سینوسی بر اساس درخت $T = \{2, 4, 5\}$

ب: دستگاه معادلات حلقه (با روش نظری) در حوزه لاپلاس بر اساس درخت $T = \{2, 4, 5\}$



$$\omega = 2 \text{ (rad/s)}, \quad i_L(0^-) = 2 \text{ A}, \quad v_C(0^-) = 3 \text{ V}$$

14

دستگاه معادلات انتگرال - دیفرانسیل

- در هنگام تحلیل مدارهای LTI در حوزه ی زمان، به یک دسته معادلات انتگرال-دیفرانسیل (شامل مشتق یا انتگرال متغیرهای مورد نظر) می رسیم.
- برای راحتی در نوشتن معادلات (در هنگام استفاده از روش های منظم تحلیل مدار)، عملگر D را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$D = \frac{d}{dt}, \quad D^{-1} = \int_0^t \cdot d\tau$$

- مدل عناصر مداری با استفاده از عملگر D :
مقاومت

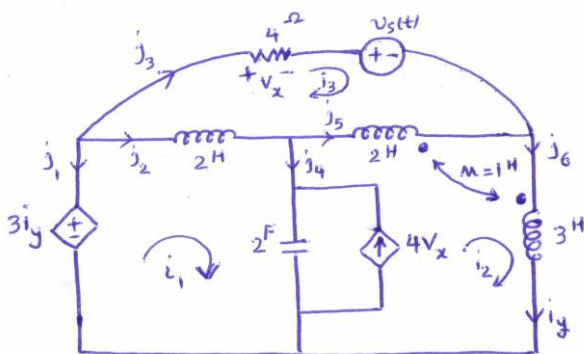
سلف

خازن

سلف های تزویج شده

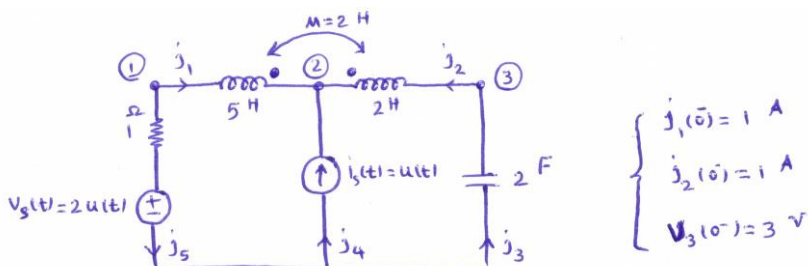
15

مثال ۶: در مدار زیر مطلوب است تعیین دستگاه معادلات انتگرال دیفرانسیل مش (با روش نظری) و تعیین شرایط اولیه لازم برای حل دستگاه



16

مثال ۷: در مدار زیر مطلوب است تعیین دستگاه معادلات انتگرال دیفرانسیل گره (با روش نظری) و تعیین شرایط اولیه لازم برای حل دستگاه



17

چند نکته در مورد روش های تحلیل مدار

- روش گره کلی است، ولی روش مش فقط برای شبکه های مسطح قابل استفاده است.
- در روش گره و کات ست، $n-1$ مجهول وجود دارد و در روش مش و حلقه l مجهول وجود دارد. معمولاً از روشی استفاده می شود که مجهول های کمتری داشته باشد.
- در هر یک از روش های تحلیل مدار به یک دستگاه معادلات می رسیم:

$$Y_n(s) \cdot \underline{E}(s) = \underline{I}_s(s) \quad , \quad Z_m(s) \cdot \underline{I}(s) = \underline{E}_s(s) \quad , \quad Y_q(s) \cdot \underline{E}(s) = \underline{I}_s(s) \quad , \quad Z_l(s) \cdot \underline{I}(s) = \underline{E}_s(s)$$

شرط لازم و کافی برای آنکه مدار جواب یکتا داشته باشد آن است که هیچ یک از دترمینان های شبکه متحد با صفر نباشد.

شرط کافی برای وجود جواب یکتا: اگر مدار از منابع مستقل و عناصر RLC خطی تغییرناپذیر با زمان (LTI) اکیداً پسیو و بدون تزویج کامل و بدون منابع وابسته تشکیل شده باشد به ازای هر شرط اولیه و هر مقدار از منابع، دارای جواب یکتا است: $R, L, C > 0$, $K < 1$

مشکل روش های تحلیل مدار

- در روش گره و کات ست، در شاخه های زیر نوشتن جریان برحسب ولتاژ (تبدیل نرتن به نرتن) امکان پذیر نیست:
 - شاخه های دارای ترانسفورماتور ایده آل
 - شاخه های دارای سلف های تزویج شده با تزویج کامل
 - شاخه ای که شامل فقط یک منبع ولتاژ باشد،

- در روش حلقه و مش، در شاخه های زیر نوشتن ولتاژ برحسب جریان (تبدیل نرتن به تونن) امکان پذیر نیست:
 - شاخه های دارای ترانسفورماتور ایده آل
 - شاخه ای که شامل فقط یک منبع جریان باشد

- روش های حل مشکل
 - ۱- تغییر روش تحلیل از گره به مش (و یا بالعکس) در صورت مؤثر بودن
 - ۲- تبدیل (تغییر محل) منابع
 - ۳- نوشتن معادلات جدید به جای معادلات حذف شده در شاخه های دارای مشکل
 - ۴- روش گره اصلاح شده

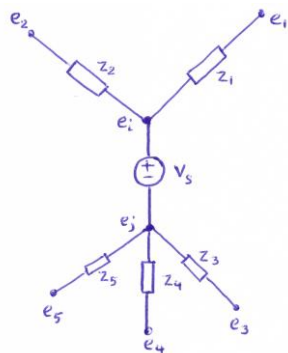
18

تبدیل (تغییر محل) منابع

❖ منبع ولتاژ متصل بین دو گره را می توان اتصال کوتاه کرد و به جای آن، در تمام شاخه های متصل به یکی از دو گره، آن منبع را قرار داد. در اینصورت معادلات KVL و KCL مدار تغییر نخواهند کرد. سپس مدار را با یک گره کمتر تحلیل کرده و جریان شاخه ها را بدست می آوریم.

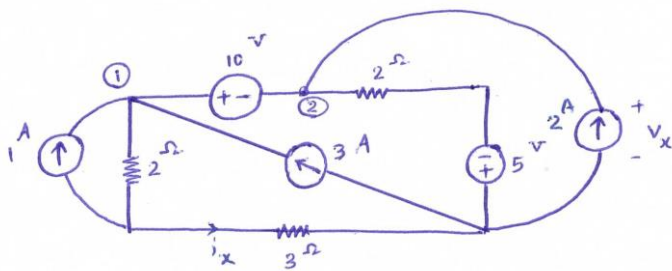
❖ منبع جریان موجود بین دو مش را می توان مدار باز کرد و به جای آن، موازی با شاخه های متصل میان دو گره متناظر با شاخه اولیه، آن منبع را قرار داد. در اینصورت معادلات KVL و KCL مدار تغییر نخواهند کرد. سپس مدار را با یک مش کمتر تحلیل کرده و ولتاژ شاخه ها را بدست می آوریم.

□ نوشتن معادلات جدید به جای معادلات حذف شده



19

مثال ۸: تحلیل مدار زیر با روش های گره و مش و تعیین جریان مجهول I_x و ولتاژ مجهول V_x



20