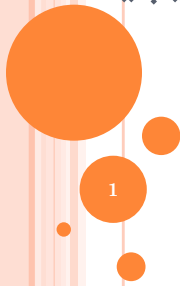


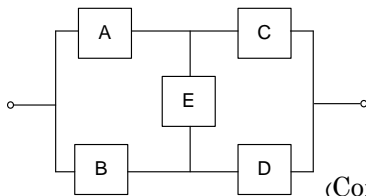
## بخش پنجم: ارزیابی قابلیت اعتماد سیستم های پیچیده



### ○ مدل سازی شبکه و ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم های پیچیده

گاهی اوقات نمی توان سیستم را به صورت سری یا موازی در نظر گرفت.

مثال: سیستم پل (Bridge)



○ روش های تحلیل این سیستم ها

- روش احتمال شرطی (Conditional Probability)
- روش کات ست یا مجموعه انقطاع (Cut set Analysis)
- روش مجموعه اتصال (Tie set Analysis)
- روش نمودار درختی (Tree Diagram)
- روش نمودار منطقی (Logic Diagram)
- روش ماتریس اتصال (Connection Matrix Technique)

با استفاده از روش های فوق، سیستم های پیچیده را به سیستم های سری یا موازی تبدیل می کنیم. اختلاف این روش ها در نحوه استدلال و تقسیم بندی سیستم به سیستم های سری و موازی (تشخیص حالت های عملکرد صحیح یا شکست سیستم) است.

## روش احتمال شرطی

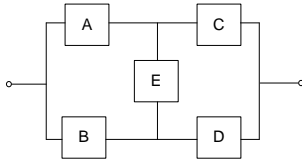
○ با استفاده از قاعده بیز داریم:

$$P(x \text{ سالم بودن}) = P(x \text{ موفقیت سیستم به شرط سالم بودن}) \cdot P(x \text{ سالم بودن}) \\ + P(x \text{ نقص سیستم به شرط نقص سالم بودن}) \cdot P(x \text{ نقص سالم بودن})$$

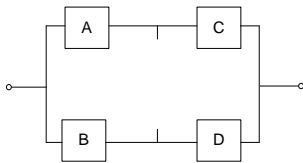
$x$  می تواند هر عضوی از سیستم باشد ولی بهتر است طوری انتخاب شود که تحلیل را ساده کند. در غیر اینصورت باید به ازای هر یک از حالت های سالم بودن یا نقص  $x$ ، برای عضو بعدی نیز باید حالت های سالم و نقص در نظر گرفته شود.

3

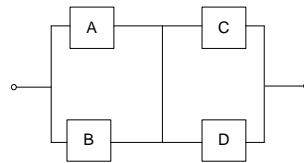
○ مثال ۱: روش احتمال شرطی در سیستم پل



اگر  $E$  خراب باشد



اگر  $E$  سالم باشد



$$R_S = (R_S | E_S) \cdot R_E + (R_S | E_f) \cdot Q_E \\ (R_S | E_S) = R_{AB} \cdot R_{CD} = (1 - Q_A Q_B) \cdot (1 - Q_C Q_D) \\ (R_S | E_f) = 1 - Q_{AC} Q_{BD} = 1 - (1 - R_A R_C) (1 - R_B R_D)$$

با جایگذاری مقدار قابلیت اطمینان عناصر، قابلیت اطمینان سیستم قابل تعیین خواهد بود. اگر قابلیت اطمینان همه اجزا ۰/۹۹ باشد خواهیم داشت:

$$R_S = 0.99979805$$

اما این روش دارای دشواری در تدوین دستورالعمل عمومی برای تجزیه سیستم در برنامه های کامپیوتری است.

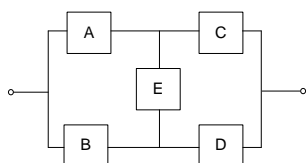
4

## روش مجموعه انقطاع یا کات ست:

این روش دارای دو مزیت است:

- قابل استفاده در برنامه نویسی کامپیوتری
- امکان تعیین راه های مختلف از کار افتادن سیستم

- مجموعه انقطاع: مجموعه ای از عضوهای سیستم که شکست همه آنها موجب شکست سیستم می شود اما موفقیت هر یک از اعضای آن باعث عدم شکست سیستم می شود. در ارزیابی قابلیت اطمینان، لازم است که کات ست های با کمترین تعداد عضو (Minimal) تعیین شوند.

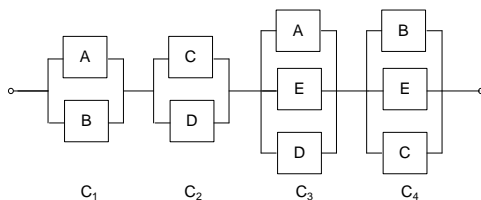


مثال ۲: در سیستم پل

AB	CD	AED	BEC
C1	C2	C3	C4

توجه: برای از کار افتادن سیستم باید تمام اعضای یک کات ست از کار بیفتند.

- این کات ست ها نسبت به هم سری هستند اما اعضای هر کدام نسبت به سایر اعضای همان کات ست تشکیل سیستم موازی می دهند. (البته چون هر عضو در بیش از یک مجموعه حضور دارد استفاده مستقیم از مفهوم سیستمهای سری امکان پذیر نیست)



5

## به عنوان مثال در سیستم پل:

AB	CD	AED	BEC
C1	C2	C3	C4

$$Q_{sys} = P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4) = P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) + P(C_4) - P(C_1 \cap C_2) - P(C_1 \cap C_3) - \dots + P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) + P(C_1 \cap C_2 \cap C_4) + P(C_1 \cap C_3 \cap C_4) + P(C_2 \cap C_3 \cap C_4) - P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4)$$

$$P(C_1) = Q_A Q_B, \quad P(C_2) = Q_C Q_D, \quad P(C_3) = Q_A Q_E Q_D, \quad P(C_4) = Q_B Q_E Q_C$$

$$P(C_1 \cap C_2) = P(A, B, C, D) = Q_A Q_B Q_C Q_D$$

$$P(C_1 \cap C_3) = P(A, B, D, E) = Q_A Q_B Q_D Q_E$$

...

...

$$P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) = Q_A Q_B Q_C Q_D Q_E$$

$$Q_{sys} = 2Q^2 + 2Q^3 - 5Q^4 + 2Q^5$$

$$Q_i = 0.01 \rightarrow Q_{sys} = 0.00020195 \rightarrow R_{sys} = 1 - Q_{sys} = 0.99978805$$

- رابطه تقریبی ۱:

$$Q_{sys} \approx P(C_1) + P(C_2) + \dots + P(C_n) = \sum_{i=1}^n P(C_i)$$

در مثال فوق:

$$Q_{sys} = Q_A Q_B + Q_C Q_D + Q_A Q_D Q_E + Q_B Q_C Q_E = 2Q^2 + 2Q^3$$

$$Q_i = 0.01 \rightarrow Q_{sys} = 0.000202, \quad R_{sys} = 0.999798$$

نکات:

۱- وقت قابل قبول است اما محاسبات بسیار کاهش یافته اند.

۲- چون از جملات مرتبه دوم صرف نظر شده است، حد بالای احتمال شکست سیستم ( $Q_{UB}$ ) یا حد پایین قابلیت اطمینان سیستم به دست می آید.

- رابطه تقریبی ۲: اگر قابلیت اطمینان اجزا بالا باشد می توان از کات ست هایی که تعداد عضوهای آنها بیشتر از حد معینی است صرف نظر کرد. البته باید به  $R_i$  در هر کات ست توجه شود چون ممکن است  $Q$  با سه عضو از  $Q$  با دو عضو بیشتر شود اگر  $Q_i$  های آن بزرگ باشند.

به عنوان مثال اگر در مثال قبل از جملات مرتبه سوم و بالاتر صرف نظر شود:

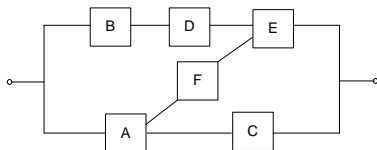
$$Q_{sys} = 2Q^2 + 2Q^3 - 5Q^4 + 2Q^5$$

با استفاده از رابطه تقریبی ۲:

$$Q_{sys} = Q_A Q_B + Q_C Q_D = 2Q^2, \quad Q_i = 0.01 \rightarrow Q_{sys} = 0.0002, \quad R_{sys} = 0.9998$$

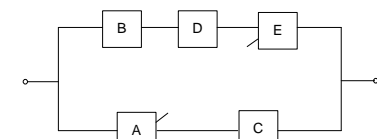
- با افزایش مرتبه در نظر گرفته شده، دقت افزایش می یابد
- چون  $R_i$  ها خود تقریبی هستند استفاده از تقریب های فوق قابل قبول به نظر می رسد.

- مثال ۲: مقایسه روش احتمال شرطی و روش کات ست در سیستم مقابل:



- روش احتمال شرطی

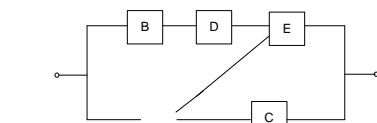
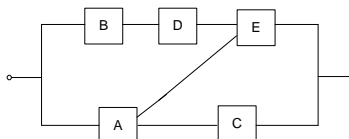
با در نظر گرفتن سلامت یا خرابی F



$$R_{sys} = R_{S|F} \cdot R_F + R_{S|F}^{معیوب} \cdot Q_F$$

$$R_{S|F}^{معیوب} = 1 - Q_{S|F}^{معیوب} = 1 - [(1 - R_B R_D R_E)(1 - R_A R_C)]$$

با در نظر گرفتن سلامت یا خرابی A



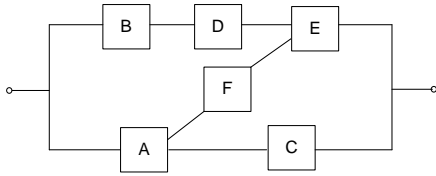
$$R_{S|F}^{سالم} = R_{S|A}^{سالم} \cdot R_A + R_{S|A}^{معیوب} \cdot Q_A = (1 - Q_E Q_C) \cdot R_A + R_B R_D R_E \cdot Q_A$$

بنابراین

$$R_{sys} = [(1 - Q_E Q_C) \cdot R_A + R_B R_D R_E \cdot Q_A] \cdot R_F + [1 - (1 - R_B R_D R_E)(1 - R_A R_C)] Q_F$$

$$R_i = 0.99 \rightarrow R_{sys} = 0.999602, \quad Q_{sys} = 0.000398$$

روش کات ست



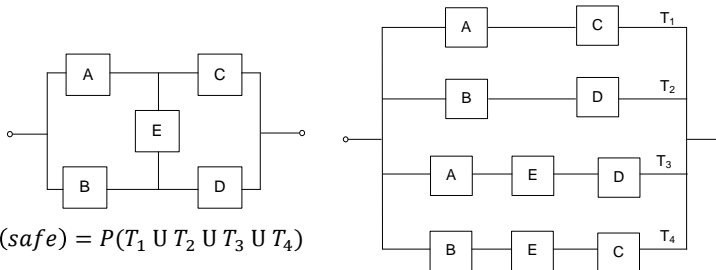
کات ست ها: AB, AD, CE, AE, BFC, DFC

۱ رابطه تقریبی:  $P(AB)+P(AD)+ \dots = Q_A Q_B + Q_A Q_D + \dots + Q_D Q_F Q_C = 4Q^2 + 2Q^3$   
 $\rightarrow Q_{sys} = 0.000402, R_{sys} = 0.999598$

۲ رابطه تقریبی:  $\rightarrow Q_{sys} = 4Q^2 = 0.0004, R_{sys} = 0.9996$

روش مجموعه اتصال

- روش مکمل روش کات ست است. یعنی وضعیتهای منجر به عملکرد موفق سیستم تعیین می شود.
- مجموعه اتصال (Tie set): مسیری غیر تکراری از اعضای سیستم که شکست هر یک از آن اعضا، منجر به شکست مجموعه اتصال می شود و اگر هر یک از مجموعه ها برقرار باشند سیستم دارای عملکرد صحیح خواهد بود.
- هر مجموعه اتصال موازی با سایر مجموعه ها است، اما اعضای آن با هم سری هستند.
- به عنوان مثال برای سیستم پل



$P(\text{safe}) = P(T_1 \cup T_2 \cup T_3 \cup T_4)$

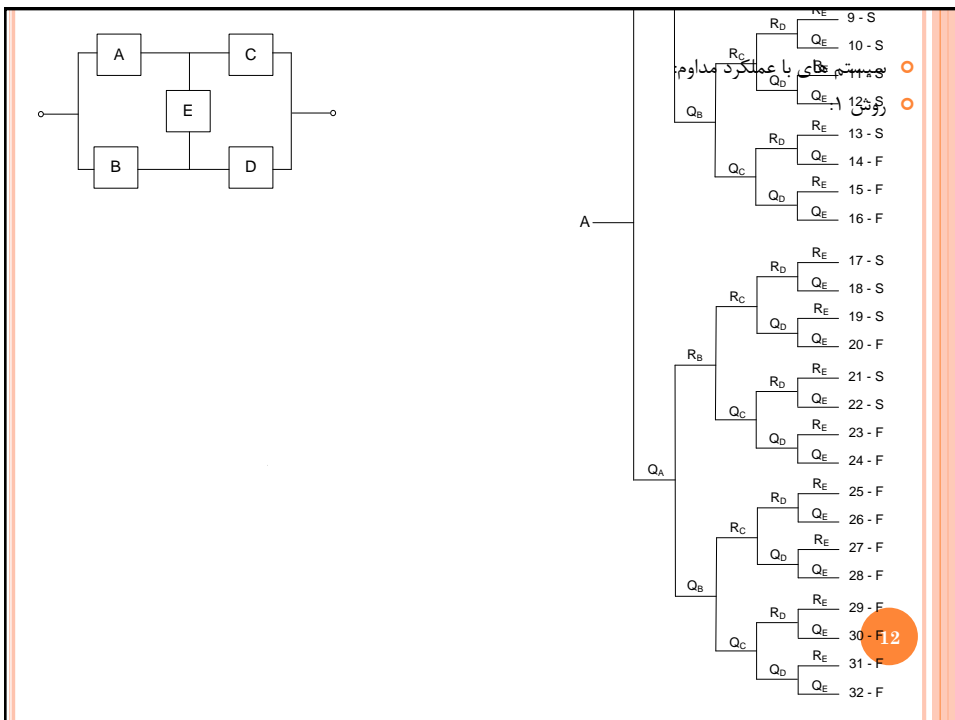
(البته در این حالت چون هر عضو در بیش از یک مجموعه اتصال قرار دارد نمی توان از مفهوم شبکه موازی برای بررسی قابلیت اطمینان کل سیستم استفاده کرد.)

10 تعاریف:

- چون  $R_{ij}$  ها معمولاً بزرگ هستند نمی توان از رابطه تقریبی استفاده کرد و لذا حجم محاسبات بالا است.
- چون وضعیت های شکست سیستم را مشخص نمی کند به اندازه روش کات ست مورد استفاده قرار نمی گیرد.

- روش درخت رخدادها یا نمودار درختی
- در این روش کلیه رخدادهای محتمل سیستم رسم می شوند.
- این روش را می توان هم برای تحلیل سیستم های با عملکرد مداوم و هم برای سیستم های با عضوهای آماده به کار استفاده کرد.
- در حالت عملکرد مداوم، چون عملکرد هر عضو بستگی به سایر اعضا ندارد رخدادهای احتمالی را می توان با هر ترتیب اختیاری در نظر گرفت. ولی در حالت عضوهای آماده به کار عملکرد عضو آماده به کار بستگی به موفقیت یا شکست عضوهای دیگر دارد و لذا باید توالی عملکرد اعضا رعایت شود.
- دو روش برای رسم نمودار درختی:
  - ۱- ابتدا سیستم را در حالت کار عادی فرض کرده و درخت حوادث را برای توالی محتمل از موفقیت ها و شکست ها رسم می کنیم.
  - ۲- رخدادهای مشخصی که منجر به شکست عملکرد سیستم می گردند را مشخص می کنیم.

11



اگر  $P(p_i)$  احتمال وقوع مسیر  $i$  باشد:

$$R_{sys} = P(p_1) + P(p_2) + P(p_3) + P(p_4) + P(p_5) + P(p_6) + P(p_9) + P(p_{10}) + P(p_{11}) + P(p_{12}) + P(p_{13}) + P(p_{17}) + P(p_{18}) + P(p_{19}) + P(p_{21}) + P(p_{22})$$

$$P(p_1) = R_A R_B R_C R_D R_E$$

$$P(p_2) = R_A R_B R_C R_D Q_E$$

$$R_{sys} = 0.99979805$$

اشکال این روش، بزرگ بودن درخت رخدادها است و این تازه در حالتی است که برای هر عضو فقط دو حالت در نظر گرفته شده است.

13

روش ۲: درخت رخدادهای کاهش یافته:

در این حالت، مسیرهایی که منجر به شکست در عملکرد سیستم شده اند را ادامه نمی دهیم.

$$R_{sys} = R_A R_B R_C + R_A R_B Q_C R_D + R_A Q_B R_C + R_A Q_B Q_C R_D R_E + Q_A R_B R_C R_D + Q_A R_B R_C Q_D R_E + Q_A R_B Q_C R_D$$

به همین ترتیب:

$$Q_{sys} = \text{مجموع احتمال حالت های متناظر با شکست}$$

با استفاده از درخت کاهش یافته ی رخدادهای منجر به شکست می توان کات ست های مینیمال را تعیین کرد.

با انتخاب  $Q$ ها از درخت کاهش یافته ( $F$ ):

**CD BCE BCD ADE ACD AB**

با استفاده از درخت کاهش یافته ی رخدادهای منجر به موفقیت می توان مجموعه های اتصال مینیمال را تعیین کرد.

با انتخاب  $R$ ها از درخت کاهش یافته ( $S$ ):

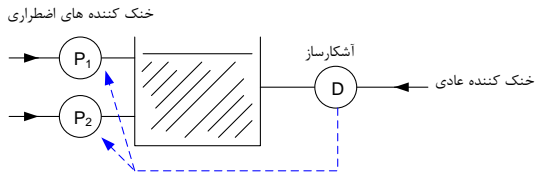
**ABC ABD AC ADE BCD BCE BD**

14

درخت رخدادها برای سیستم های دارای عضوهای آماده به کار یا دارای توالی منطقی

در این حالت ترتیب رخدادها اهمیت دارد:

مثال ۳: یک سیستم خنک کننده دارای ۲ پمپ اضطراری است که در صورت کاهش جریان آب و تشخیص آن توسط آشکارساز D، به کار می افتند و هرکدام ۵۰٪ از آب ورودی را تغذیه می کنند. کل سیستم با برق (EP: Electric Power) تغذیه می شود که اگر برق قطع شود سیستم نیز از کار خواهد افتاد. (ابتدا باید برق باشد و سنسور عمل کند تا سپس پمپ ها کار کنند.)



رسم درخت حوادث:

$Q_{EP}$  یا  $Q_D$  منجر به شکست سیستم می شود.

$R_{P1}$  یا  $R_{P2}$  منجر به عملکرد ناقص (نیمه ظرفیت) سیستم می شود.

احتمال حالت های مختلف عملکرد سیستم مشروط به نیاز به سیستم (خرابی خنک کننده عادی)

سه حالت برای عملکرد سیستم اضطراری امکان پذیر است:

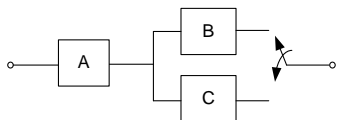
F: شکست (Failure)

P: نیمه ظرفیت (Partial)

S: موفقیت (Success)

15

مثال ۴: الف: سیستم زیر با عضو آماده به کار C و وضعیت دهی بی نقص



ب: اگر وضعیت دهی دارای احتمال نقص باشد و احتمال خرابی وضعیت دهنده در زمان کار نیز در نظر گرفته شود، قابلیت اطمینان سیستم را با استفاده از روش درخت حوادث تعیین کنید.

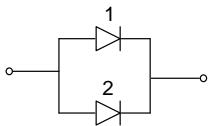
16



○ سیستم های دارای عضوهای با چند حالت عملکرد (حالت های مختلف خرابی)

در این سیستم ها نمی توان روند تغییرات قابلیت اطمینان با افزایش تعداد اجزا را دقیقاً پیش بینی نمود.

مثال ۵: اگر عملکرد صحیح سیستم متناظر با وجود مسیر یکطرفه برای جریان از  $X$  به  $Y$  باشد قابلیت اطمینان سیستم را تعیین کنید.



$P_n$ : احتمال عملکرد عادی و صحیح دیود (عبور یک طرفه جریان)

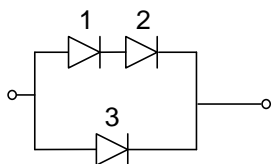
$P_o$ : احتمال شکست به صورت قطع جریان (مدار باز شدن)

$P_s$ : احتمال شکست به صورت اتصال کوتاه (عبور دو طرفه جریان)

مثال ۶: حل مثال ۵ با استفاده از روش احتمال شرطی

17

مثال ۷: قابلیت اطمینان وجود مسیر یک طرفه جریان از  $X$  به  $Y$  با استفاده از روش احتمال شرطی



18